Вариант №1

1. а) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ в точке М(1, 1), $z = \sqrt[3]{x^2 + y^3}$.

б) Показать, что функция $z = e^x \cos y$ удовлетворяет уравнению

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

2. а) Функция *z(x,y)* задана неявно: $z \ln(x + y + z) = \frac{xy}{z}$. Найти *dz*.

б) Найти $\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{du}{dt}$, если $u = \sqrt{2x + y - t}$, где $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 1 - \sin 2t. \end{cases}$.

3. Дана функция $z = arctg\frac{x}{y^2}$. Найти $\overrightarrow{grad}\, z$ в точке М(-1, 1).

4. Дана функция $u = z^2(x + y)$. Найти $\frac{\partial u}{\partial \bar{l}}$ в точке М(0, 1, -3), если $\bar{l} = \overline{MN}$, а точка N(2, 3, -2).

5. Найти экстремумы функции $z = x^2 y(2 - x - y)$.

6. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{2\sqrt{x}}^{8-x} f(x, y) dy$.

7. Вычислить $\int\limits_{(1,1)}^{(4,\frac{1}{4})} x^2 dy + \frac{dx}{y^2}$ по дуге кривой $y = \frac{1}{x}$.

8. Вычислить по формуле Грина $\oint\limits_{(C)} (xdy - ydx)$. С-окружность: $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin t. \end{cases}$.

9. Вычислить интеграл, независящий от пути интегрирования

$\int\limits_{(0,1)}^{(1,2)} (2x - 3xy^2 + 2y)dx + (2x - 3x^2 y + 2y)dy$.

10. Найти дивергенцию вектора градиента функции $u = e^{x+y+z}$ в точке М(1, -1, 0).

Вариант №2

1. Найти *dz*, $z = (1+\sqrt[3]{x})^{arctg\frac{1}{\sqrt{y}}}$.

2. Найти d^2z, $z = x\ln\frac{y}{x}$.

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$, $z\cos(2x-y) - \frac{xz^2}{y} + \sqrt{z} = 0$.

4. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{dz}{d\upsilon}$, если $z = x^2y + 2y^2$, где $\begin{cases} x = \frac{2u}{u+\upsilon}, \\ y = \upsilon^2 - 3u^2. \end{cases}$

5. Найти $\left(\frac{\partial u}{\partial l}\right)_M$ в направлении, составляющем с *Ox* угол $\alpha = \frac{\pi}{3}$, с *Oy* $\beta = \frac{\pi}{3}$ и тупой угол с *Oz*; $u = (2x+y)ctg\frac{\pi x}{y} + z$, M(1, 2, -1).

6. Найти угол между $(\overrightarrow{grad}\, z)_A$ и $(\overrightarrow{grad}\, z)_B$, где $z = x\cdot e^{2x^2+3y}$, A(1, 0) и B(2,-3).

7. Найти экстремумы функции $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 11$.

8. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{x} f(x,y)dy$.

9. Вычислить по формуле Грина $\oint\limits_{(C)} (xy+x+y)dx + (xy+x-y)dy$,

C: $y = x^2, y = x$.

10. Вычислить $\int\limits_L 2x\cos y dx + (2y - x\sin 2y)dy$ вдоль L: $y = 2x$ от A($\frac{\pi}{2};\pi$) до O(0, 0).

11. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить:

$$\int\limits_{(0,0)}^{(1,1)} (x^2+2x+y)e^x dx + e^x dy.$$

12. Найти $div(\overrightarrow{grad}\, u)$, где $u = arctg\frac{xy}{z}$ в точке M(1, 1, 1).

Вариант №3

1. а) Найти *dz*, $z = ctg^2 xy + 2^{\frac{x}{y}}$.

б) Показать, что функция $z = \ln x + \frac{y}{x}$ удовлетворяет уравнению

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} + y\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. а) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{dz}{dx}$, если $z = arctg\frac{x+1}{y}$, где $y = e^{(1+x)^2}$.

б) Функция *z(x,y)* задана неявно: $x\cos(y+z) = \frac{z}{x+y}$. Найти *dz*.

3. Дана функция $u = \ln(e^x + e^y)$. Найти $\frac{\partial u}{\partial \bar{l}}$ в точке A(0, 0), если $\bar{l} = \overline{AB}$, а точка B(3, 4).

4. Дана функция $z = \arcsin\frac{x}{x+y}$. Найти $\overrightarrow{grad}\, z$ в точке A(1, 1).

5. Найти экстремумы функции $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

6. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x,y)dx$.

7. Вычислить $\int_{(0,0)}^{(1,\frac{1}{2})} 3dy - \frac{ydx}{x^2}$ по дуге кривой $y = \frac{x^2}{2}$.

8. Вычислить по формуле Грина $\oint_{(C)} xdx - 3(x+y)dy$. C-треугольник ΔABC: A(1, 0), B(1, 3), C(-2, 3).

9. Вычислить интеграл, независящий от пути интегрирования

$\int_{(0,1)}^{(1,4)} (2e^x y + 3x^2\sqrt{y} + y)dx + (2e^x + \frac{x^3}{2\sqrt{y}} + x)dy$.

10. Найти дивергенцию векторного поля $\overline{F}$ в точке M(1, 2, 1), где

$\overline{F} = zx^2\bar{i} - 3xy\bar{j} + \frac{y}{z}\bar{k}$.

Вариант №4

1. а) Найти *dz*, $z = (arctg 2x)^{3y^2}$.

б) Показать, что функция $u = \ln\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ при всех a и b удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

2. а) Функция *z(x,y)* задана неявно: $\frac{x}{z} = \ln\frac{z}{y} + 1$. Найти *dz*.

б) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{dz}{dx}$, если $z = arctg(x^2 y) - \cos\frac{x}{y}$, где $y = \ln 2x$.

3. Найти производную функции $u = 3x^4 + xy + y^3$ в точке $M_0(1, 2)$ в направлении, составляющем с осью *Ox* угол 135°.

4. Дана функция $z = x^2\sqrt{y - 2t}$. Найти $\overrightarrow{grad}\, z$ в точке M(-1, 4, 1).

5. Найти экстремумы функции $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$.

6. Изменить порядок интегрирования $\int_2^3 dx \int_{\frac{1}{x-1}}^{x-1} f(x,y)dy$.

7. Вычислить $\int_{(0,0)}^{(2,8)} (x^2 - y^2)dx + xydy$ по дуге кривой $y = x^3$.

8. Вычислить по формуле Грина $\oint_{(C)} (xdy - 3ydx)$. С-треугольник ΔABC: A(1, 0), B(1, 2), C(2, 2).

9. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить:

$$\int_{(\frac{\pi}{6},2)}^{(\frac{\pi}{2},1)} 2y\sin 2x dx - \cos 2x dy.$$

10. Найти дивергенцию вектора градиента функции $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ в точке M(1, 1, 1).

Вариант №5

1. а) Найти du, $u = arctg\,\dfrac{x+z}{y}$.

б) Показать, что функция $u = x\sin(x+y) + y\cos(x+y)$ удовлетворяет уравнению $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

2. а) Функция *z(x,y)* задана неявно: $z = \ln\dfrac{z+x}{y}$. Найти dz.

б) Найти $\left.\dfrac{\partial z}{\partial u}\right|_{\substack{u=1\\ \upsilon=0}}, \left.\dfrac{\partial z}{\partial \upsilon}\right|_{\substack{u=1\\ \upsilon=0}}$, если $z = \arccos(x^2 + \sqrt{y})$, $x = u\cos^2\upsilon$, $y = u^3\sin\upsilon$.

3. Дана функция $z = e^{\frac{-x}{y}}$. Найти $\overrightarrow{grad}\, z$ в точке M(1, 2).

4. Дана функция $z = xy\ln(x+y)$. Найти $\dfrac{\partial z}{\partial \bar{l}}$ в точке с координатами (-1, 2) по направлению составляющему равные тупые углы с осями координат.

5. Найти экстремумы функции $z = x^4 + y^4 - 4(x+y) + e^{\sqrt{\pi}}$.

6. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dy$.

7. Вычислить $\int\limits_{(L)} (x^3 - y)dx + xdy$ по дуге параболы (расположенной над осью Ox, пробегаемой по ходу часовой стрелке) $y = 2x - x^2$.

8. Вычислить по формуле Грина $\oint\limits_{(C)} 2(x^2+y^2)dx - (x+y)^2 dy$. C-треугольник ΔABC: A(1, 1), B(2, 2), C(1, 3).

9. Вычислить интеграл, независящий от пути интегрирования

$$\int\limits_{(0,2)}^{(1,0)} (y^2 e^{xy^2} + 3)dx + (2xye^{xy^2} - 1)dy.$$

10. Найти дивергенцию $\overline{F}$ в точке $A\left(\dfrac{\pi}{2}, -\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{4}\right)$, где $\overline{F} = x\cos y\bar{i} + y\cos z\bar{j}$.

Вариант №6

1. а) Найти *dz*, $z=(\sin^2 3y)^{3x^4}$.

б) Показать, что функция $z=\dfrac{xy}{x-y}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{2}{x-y}.$$

2. а) Функция *z(x,y)* задана неявно: $e^{2x}-\ln z=arctg(z-y)$. Найти *dz*.

б) Найти $\dfrac{\partial z}{\partial t},\dfrac{dz}{dt}$, если $z=\ln(e^{2t}+4x+\sin y)$, где $\begin{cases}x=tgt,\\ y=ctgt.\end{cases}$.

3. Дана функция $u=x^2y^2t^2$. Найти $\dfrac{\partial u}{\partial \bar{l}}$ в точке A(5, 1, 2), в направлении $\bar{l}=\overline{AB}$, где точка B(9, 4, 10).

4. Найти направление наибольшего возрастания функции $z=\dfrac{x+\sqrt{y}}{y}$ в точке M(2, 1, 3).

5. Найти экстремумы функции $z=y\sqrt{x}-y^2-x+6y$.

6. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-\frac{3}{2}}^{0}dx\int\limits_{2x^2}^{3-x}f(x,y)dy$.

7. Вычислить $\int\limits_{(L)}xdy-ydx$ вдоль верхней дуги эллипса $\begin{cases}x=4\cos t\\ y=2\sin t\end{cases}$.

8. Вычислить по формуле Грина $\oint\limits_{(C)}-x^2ydx+xy^2dy$. С-окружность: $x^2+y^2=4$.

9. Вычислить интеграл, независящий от пути интегрирования

$$\int\limits_{(1,2)}^{(3,4)}(4x^3y^3-3y^2-5)dx+(3x^4y^2-6xy-4)dy.$$

10. Найти дивергенцию векторного поля $\overline{F}$ в точке M(1, 2, 3), где

$\overline{F}=xy^2\bar{i}+x^2y\bar{j}+z\bar{k}$.

Вариант 7

№1

а) $z=(5-y)^{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}$. Найти dz.

б) $z=\cos(xy)$. Найти все производные второго порядка.

№2

а) Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z=\operatorname{arctg}(\sqrt{(x^2+y^2)})$,$x=t^3$, $y=\ln(t)$.

б) Найти dz, если $\sin^2(x-z)- x\cdot e^{y\cdot y}=0$.

№3

Найти производную функции $u=\ln(\sin\frac{x}{y})$ в точке $M(\frac{Ï}{2};2)$ в направлении вектора $\bar{s}=3\bar{i}-4\bar{j}$.

№4

$u=\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$. Найти grad u в точке A(1;2;2).

№5

Найти экстремум функции $z=x^2-xy+y^2+3x-2y+1$.

№6

Дан двойной интеграл $\int_0^2 dy \int_{-y^2}^{\frac{1}{4}y^2} f(x;y)dx.$ Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования.

№7

Вычислить $\int_L (2x+y)dx-(x-2y)dy,$ ãäå L – ýëëèïñ $: x=3\cos(t), y=2\sin(t).$

№8

Вычислить $\oint_L xdy-ydx,$ ãäå L-замкнутая кривая: $y=4-x^2$ и $y=0$

а)непосредственно

б)по формуле Грина.

№9

$\overline{F}=(x-y^2,\operatorname{arctg}(\frac{y}{x}),\arcsin(\frac{xz}{y}))$. Найти div $\overline{F}$ в точке (1;1;0).

Вариант 8

№1

а) $z=\sin^3(xy+y^2)-(\frac{1}{2})^{\sqrt{x}}$. Найти dz.

б) $z=\operatorname{arctg}(\frac{y}{x})$. Найти все производные второго порядка.

№2

а) Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z=\ln(xy+y^3), y=\operatorname{ctg}(\frac{1}{x})$

б) Найти dz, если $yz+\arccos(x-z)=0$.

№3

Найти производную функции $z=x^3-3x^2y+3xy^2+1$ в точке A(3;1) в направлении вектора $\overline{AB}$,где B(6;5).

№4

Найти grad u в точке M(1;1;1), если $u=x^3y^2z$.

№5

Найти экстремум функции $z=4(x-y)-x^2-y^2$

№6

Изменить порядок интегрирования, сделать чертеж: $\int_{-2}^{1} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx.$

№7

Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y(x-y)dx+xdy$ по кривой L $y=2x^2$ от точки O(0;0) до точки A(1;2).

№8

Применяя формулу Грина, вычислить $\oint_L 2xdx-(x+2y)dy,$ где L- контур треугольника с вершинами:A(-1;0);B(2;0);C(a;2).

№9

Найти первообразную функцию u(x,y) по ее полному дифференциалу $du=y(e^{xy}+5)dx+x(e^{xy}+5)dy$.Используя криволинейный интеграл, найти div $\overline{F}$,если $\overline{F}=e^{xy}(y\,\overline{j}-x\,\overline{i}+xy\,\overline{k})$ в точке M(2;1;3).

Вариант 9

№1

а) $z=\log_2(\sqrt{x+y^2})+3^{\frac{x}{y}}$.Найти dz.

б) $z=y^{x^3}$.Найти все производные второго порядка.

№2

а) Для функции $z=\mathrm{arctg}\dfrac{x^2}{y}$, где $x=u^2\ln(1+v^2)$, $y=\sqrt{u}\cdot e^v$ найти $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial v}$ при u=1 и v=0.

б) Найти dz, если $\dfrac{x}{z}=\ln(\dfrac{z}{y})+1$.

№3

Найти производную функции $u=xy^2z^2$ в точке M(3;2;1) в направлении вектора $\overline{MN}$,где N(5;4;2)

№4

Найти grad u в точке A(1;1), если $u=\mathrm{arctg}(\dfrac{y}{x})$.

№5

Найти экстремум функции: $z=x^2+y^2-6x+4y+2$.

№6

Изобразить область интегрирования, изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^{1}dx\int_{2x^2}^{\sqrt{5-x^2}}f(x,y)dy.$$

№7

Вычислить: $\int_L ydx+dy$, где L-дуга циклоиды: x=t-sin(t), y=1-cos(t) (0≤t≤П).

№8

Применяя формулу Грина, вычислить: $\oint_{c} 2y^2dx+xdy$, если контур C есть треугольник с вершинами в точках: A(0;0), C(1;0), B(1;2), пробегаемый против хода часовой стрелки.

№9

Вычислить: $\displaystyle\int_{(0;0)}^{(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4})}$ cos(x)cos(y)dx- sin(y)(sin(x)-cos(y))dy.

№10

Найти div $\overline{F}$, где $\overline{F}=\sqrt{(xy)}\,\overline{i}+xy^3\,\overline{j}+y^2z^3\,\overline{k}$ в точке M(1;1;1)

Вариант10

№1

а) $z=e^x(\cos(y)+x\sin(y))$. Найти dz.

б) $z=\arcsin(xy)$. Найти все производные второго порядка.

№2

а) Найти $\frac{dz}{dx}$, если $z=tg^2(x+y)-\frac{x}{y}$, $y=\sqrt{x+2}$.

б) Найти dz, если $e^{2y}\sin(z)-\cos^2(x-z)=0$

№3

Найти производную функции $z=x^2y^2-xy^3-3y-1$ в точке A(2;1) в направлении, идущем от этой точки к началу координат.

№4

Найти grad u в точке P(1;2;2) и его направлении, если u=xyz.

№5

Найти экстремум функции $z=x^4+y^4-2x^2+4xy-2y^2$.

№6

Изменить порядок интегрирования, изобразить область интегрирования

$\int_0^4 dx \int_{2\sqrt{x}}^{8-x} f(x;y)dy$.

№7

Вычислить $\int_\alpha xdx+ydy+(x+y-1)dz$, если α- отрезок прямой, соединяющей точки: A(1;0;1). B(2;3;4).

№8

Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$\oint_L 2xdx-(x+2y)$ dy, где L- контур треугольника с вершинами: A(-1;0), B(0;2), C(2;0).

№9

Найти первообразную функцию u(x;y) по ее полному для $\oint$ дифференциалу $du=(x^2-2xy^2+3)dx+(y^2-2x^2y+3)dy$, используя криволинейный интеграл.

№10

Найти div $\bar{a}$ в точке M(-2;-2;-2), где $\bar{a}=\sqrt{x^2+y}\,\bar{i}+\sqrt{y^2+z}\,\bar{j}+\sqrt{z^2+x}\,\bar{k}.$

<u>Вариант11</u>

№1

а) z=arcsin $\sqrt{xy}+\ln(y+\sqrt{x^2+y^2})$. Найти dz.

б) Показать, что функция z=lnx+$\frac{y}{x}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial y}+y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

№2

а) z=arctg $\sqrt{x^2+y^2}$, где x=t^3, y=lnt. Найти $\frac{dz}{dt}$.

б) Найти dz, если z(x,y) задана уравнением 2^{xy}+sin^2(2x-z)=0.

№3

Найти производную функции u=tg^2(xyz)-xy в точке M(1;1;$\frac{Ï}{4}$) по направлению вектора $\overline{MN}$, где точка N(0;2;$\frac{Ï}{4}$).

№4

Найти наибольшую скорость изменения функции z=$\sqrt{3-x^2-y^2+2x}$ в точке M(2;1)

№5

Найти экстремум функции z=2x^3+2y^3-36xy+430.

№6

Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{1-\sqrt{1-x^2}}^{2-x} f(x,y)dy.$

№7

Вычислить работу силы $\overline{F}$ =(x+2y;3x-y) по контуру окружности x=3cost, y=3sint:

а) непосредственно

б) с помощью формулы Грина

№8

du=(5x^2-3xy^2+2y)dx+(2x-3x^{2}y+5y)dy. Найти u=u(x,y) с помощью криволинейного интеграла.

№9

$\overline{F}=xy\sin(\frac{Ïz}{4})\bar{i}+y^2\sin(\frac{Ïxy}{2})\bar{j}+e^{xz-2}\bar{k}.$ Найти div$\overline{F}$ в точке M(1;-1;2).

Вариант №12

1. а) z=arccos $\frac{x^2}{x+y}$. Найти dz

   б)Показать, что функция u=sin(x-at)+cos(x+at) удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$=a^2($\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$) при всех а.

2. а)Найти производную функции заданной неявно $z^2(x+y)=x\ e^z - 4y$

   б) Найти $\frac{\partial u}{\partial t}$ и $\frac{du}{dt}$, если u=x sint+y cost, где $x=2t^2$, y=3√t

3. Найти градиент функции z=ln($\frac{3x-y}{x^2}$) в точке A(2,1)

4. Найти $\frac{\partial u}{\partial \bar{l}}$ в точке A(-1,2), если u=x arctg(x+y), а направление вектора l =AB, B(2,6)

5.Нати экстремумы функции $z=1+6x-x^2-xy-y^2$

6. Изменить порядок интегрирования:

$\int_2^3 dx \int_{\frac{1}{x}}^{x} f(x,y)$dy

7. Вычислить по формуле Грина $\oint_{(c)}(x^2-y)\,dx+x\,dy$ вдоль замкнутого контура, образованного линиями $x=y^2$ и y= $\frac{x}{2}$

8.Вычислить интеграл, не зависящий от пути интегрирования

$\int_{1,0}^{(3,5)}(\frac{1}{x^2}+\frac{3y^2}{x^4})$dx - $\frac{2y}{x^3}$ dy

9.Вычислить интеграл $\int_{(L)} xydx$+4dy по дуге кривой y = $\frac{x^2}{4}$ от точки A(0,0) до точки B(2,1)

10. Найти div векторного поля $F=(x^3+xy^2)i+y^3j+(z+x)k$ в точке M(1,0,2)

Вариант № 13

1. а) $z=\ln(x+e^{xy})$. Найти dz.
   б) $z=\sin^2(e^{3x}+e^{2y})$. Найти все производные второго порядка.
2. а) Найти dz неявно заданной функции
$3x^2-6x\sqrt{y}+\sqrt{x}*z^3-z^2-5x=0$
   б) Найти $\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)_{\substack{u=1\\ v=0}}$; $\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)_{\substack{u=1\\ v=0}}$ если $z=\operatorname{arctg}\frac{x^2}{y}$
где $x=u^2\ln(1+v^2)$; $y=\sqrt{u}*e^v$
3. Найти производную функции $u=\ln\frac{z^2}{x-2y}$ в точке A(3,1,-1) в направлении, составляющем с осями координат равные острые углы.
4. Найти градиент функции $u=e^{xy}(1+z^2)$ в точке (0,1,4)
5. Найти экстремумы функции $z=e^{x-y}(x^2-2y^2)$
6. Изменить порядок интегрирования
$\int_0^3 dy\int_4^{\sqrt{(25-y^2)}} f(x,y)dx$
7. Вычислить $\int_{(L)} 2xdx-(x+2y)dy$ вдоль периметра ΔABC, где A(0,1),B(0,2),C(2,0).
8. Вычислить по формуле Грина $\oint_{(c)} 2(x^2+y^2)dx-(x+y)^2dy$, если C ΔABC где A(0,1),B(-1,2),C(3,2).
9. Вычислить интеграл, не зависящий от пути интегрирования
$\int_{(2,3)}^{(3,4)}(6xy^2+4x^3)dx+(6x^2y+3y^2)dy$
10. Вычислить дивергенцию векторного поля $F=2xy\,i-\frac{x}{z+y}k$ в точке A(1,0,-2).

Вариант №14

1. а) $z=\frac{\cos x}{2\cos^2 y}$ - $\frac{1}{2}$ln tg($\frac{\Pi}{4}$+$\frac{y}{2}$). Найти dz в т. A($\frac{\Pi}{4}$;$\frac{3\Pi}{4}$).

   б) Найти все производные второго порядка для функции z=x*exp(-y/x).
2. а) Найти z'_u и z'_v , если $z=\ln(x^2+y^2)$, x=uv, y= $\frac{u}{v}$.

   б) Найти dz, если z=arctg$\frac{y}{z-x}$
3. z=arctg$\frac{x}{y^2}$. Найти:

   а) производную этой функции в точке A(-1,1) по направлению вектора AB, где B(1,2).
   б) (grad z)A , где A(-1,1).
4. Найти экстремумы функции $z=x^3+y^3-3xy$
5. Построить область, ограниченную линиями y=x, $x=2+y^2$,y=0,y=2; расставить пределы интегрирования в двойном интеграле по этой области; изменить порядок интегрирования и вычислить площадь этой области.
6. Вычислить $\oint_{(c)} 2y^2$dx+xdy вдоль замкнутого контура С, образованного линиями y=$\frac{x^2}{4}$ и y=x, применив формулу Грина, а, затем, вычислить его, непосредственно обходя по контуру.
7. Доказать, что криволинейный интеграл $\int_{(z)}(x+\frac{2}{yx^3})$dx+(3y+$\frac{1}{x^2y^2}$)dy не зависит от пути интегрирования и вычислить по отн. т. A(2,1) до т. B(4,3).
8. Вычислить $\int_{(0;2)}^{(1;3)} yxe^x\,dx+(x-1)e^x\,dy.$
9. Найти div F векторного поля F=($\frac{1}{x}$ - y)i+(z^2+xy)j+z^3k в т. (1;1;0).

Вариант №15

1. а) $z=\operatorname{arctg}\frac{x+y}{1-xy}$. Найти dz.

   б) Показать, что функция $u=xe^{\frac{-x}{}}$ удовлетворяет уравнению $x\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+2(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y})=y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

2. а) $z=tg(x+y)-\ln^2(x-y)$, $y=ctgx^2$. Найти $\frac{dz}{dx}$.

   б) Найти dz, или $2^{x+z2}+\cos^2(xy)-z=0$.

3. Найти производную функции $z=x^2-xy+y^2$ в точке M(1,1) в направлении вектора $l = 6i+8j$.

4. Найти экстремумы функции $z=x\sqrt{y}-x^2-y+6x+3$

5. Дан двойной интеграл $\int_0^2 dy\int_y^{2+\sqrt{(4-y^2)}} f(x,y)\,dx$

Изобразить область интегрирования, изменить порядок интегрирования.

6. Вычислить $\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+9}$, D – область, ограниченная полуокружностью $y=\sqrt{(9-x^2)}$ и осью OX.

OABO: O(0;0); A(2;0);B(-4;2) (по формуле Грина).

8. $du= (y+\ln(x+1))dx+(x+1-e^{z})dy$. Найти u=u(x,y) с помощью криволинейного интеграла.

9. $F=xe^{-y}*i +yz^2e^{-xy}*j -xz^3 k$; найти div векторного поля F в т. M(-1;0;2)

10. Найти величину наибольшей скорости изменения функции $u=x^2+2y^2+3z^2-3x-2y-6z$ в точке A(1;1;1).

Вариант №16

1.

а) z=$y^{3sinx^2 4x}$. Найти dz в т. A(√2;2).

б) z=$\frac{xy}{x-y}$. Доказать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ +2$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ + $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ =$\frac{2}{x-y}$

2.

а) z=$e^{arctg(x-y)}$, y=ctgx. Найти $\frac{dz}{dx}$/.

б) Найти dz, если 5^z+tgx^2+arcsin(xyz)=0

3. Найти производную функции u=$x^2y^2z^2$ в точке A(5;1;-2) в направлении вектора AB, где B(9;4;10).

4. Найти градиент функции u=x sinz-y cosz в точке M(0;0;0).

5. Найти экстремумы функции z=(x^2+y)√(e^7)

6. Изменить порядок интегрирования, сделать чертёж: $\int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x,y)dy.$

7. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (xy-1)dx$+x^2ydy по кривой L: 4x+y^2=4 от точки A(1;0) до точки B(0;2).

8. Применяя формулу Грина, вычислить $\oint_C [y^2dx+(x+y)^2dy]$, где C- контур треугольника с вершинами A(a;0); B(a;a); C(0;a).

9. Вычислить $\int_{(0;2)}^{(1;3)} yxe^x dx+(x-1)e^x dy.$

10. Найти div векторного поля F в точке A(1;-1;3), если F=xy^2 i +x^2y j +z^3 k.

Вариант №17.

1.а) $z=x^2 2^{\sqrt{(x+y)}}$. Найти dz.

б) Показать, что функция $z=\frac{x^2}{2y}+\frac{x}{2}+\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ удовлетворяет уравнению

$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x^3}{y}$.

2.а) $z=\frac{1}{2}\ln\frac{u}{v}$, где $u=tg^3x$, $v=ctg^2x$. Найти $\frac{dz}{dx}$

б) $tg(z+x)-\frac{y}{x}=2z$ неявно задаёт $z=(x,y)$. Найти dz.

3. Найти производную функции $u=\ln(x^2+y^2+z^2)$ в точке M(1;2;1) в направлении вектора $\bar{l}(2;4;4)$.

4. Найти направление наибольшего роста функции $u=\arcsin(\frac{z}{\sqrt{(x^2+y^2)}})$ в точке A(1;1;1).

5. Найти экстремумы функции $z=x^3y^2(6-x-y)$.

6. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{(1-x^2)}}^{1-x} f(x,y)\,dy$.

7. Вычислить $\int_{(0,1)}^{(1,0)}(3x-y)dx+\frac{dy}{2}$ по дуге кривой $y=1-x^2$

8. Вычислить по формуле Грина: $\oint_{(C)}(3x-y)dx+(3y+x)dy$, где C-контур, образованный линиями $y=4-x^2$, $x+y=2$.

9. Вычислить интеграл, не зависящий от пути $\int_{(2,0)}^{(0,3)}\frac{2x(1-e^y)}{(1+x^2)^2}dx+(\frac{e^y}{1+x^2}+1)dy$.

10. Найти дивергенцию векторного поля $F=(x+z)\,i+\frac{z}{xy}\,j+x\sqrt{z}\,k$ в точке A(1;-1;4).

Вариант 18

1. 1) $\ln(ctg2x + \sqrt{y})$ Найти dz

   2) Показать, что функция u = x$\cdot e^{-y/x}$ удовлетворяет уравнению

   x$\cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = y \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

2. 1) z = $arctg\frac{\sqrt{y}}{x}$, где y = 3x^2. Найти $\frac{dz}{dx}$

   2) Функция z(x;y) задана уравнением $3x^2 + 6x\sqrt{y} - \sqrt{x} \cdot z^3 + z^2 - 5x = 0$

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

3. Найти производную функции $u = 3xy^2 + z^3 - xyz$ в точке M(1;1;2) по Направлению вектора $\overrightarrow{MN}$, если точка N (-1;3;3)

4. $u = \tan x - x + 3\sin y + z - ctgz$ Найти $\overrightarrow{gradu}$ в точке M($\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}$)

5. Найти экстремумы функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

6. Изменить порядок интегрирования в интеграле:

   $\int_0^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{2-y} f(x;y)\,dx$

7. Вычислить $\int_z (x^2 + y)\,dx + xy\,dy$, где z – кривая $y = x^3 + 2$ от точки A(1;3) до точки B(-1;1)

8. Используя формулу Грина, вычислить $\oint_c (1 - x^2y)\,dx + (1 + xy^2)\,dy$, где c – окружность $x^2 + y^2 = 4$

9. Вычислить $\int_{(1;1)}^{(2;3)} (x + 3y)\,dx + (y + 3x)\,dy$

10. Вычислить $div\vec{F}$ в точке M(1;1;1), где $\vec{F}$=$arctg\frac{x}{y}\vec{i} + arctg\frac{y}{z}\vec{j} + arctg\frac{z}{x}\vec{k}$

Вариант 19

1. 1) $z = \log_2(\sqrt{x} + y^2 + 3^{x/y})$. Найти dz

   2) $z = y^2 arcsinx$. Найти d^2z

2. 1) $z = tg^2\frac{\sqrt{x}}{y}$, где $y = cos^3x$. Найти $\frac{dz}{dx}$

   2) Функция z = f(x;y) задана уравнением $arctg\sqrt{x} + yz^2 - sinz = 0$

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

3. Найти производную функции $u = x(lny - arctgz)$ в точке M(-2;1;-1) по направлению вектора $\vec{l} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$

4. Найти величину наибольшей скорости изменения функции $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 3x - 2y - 6z$ в точке A(1;1;1)

5. Найти экстремумы функции $z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$

6. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_y^{1+\sqrt{1+y}} f(x;y)\,dx$

7. Вычислить криволинейный интеграл $\int_z \cos^3 x\,dx + y\,dy$, где z – кривая y = sinx от точки
A(0;0) до точки B($\frac{\pi}{2}$; 1)

8. Используя формулу Грина , вычислить $\oint_c (x+y)^2 dx + x^2 dy$, где с – контур $\Delta ABCA$ с
вершинами A(2:0), B(2;2), C(0;2)

9. Вычислить $\int_{(0;2)}^{(1;4)} ye^x\,dx + e^x\,dy$

10. $\vec{F} = arctg\frac{x}{z}\vec{i} + 2^{xy^3}\vec{j} + ln^2(xz+y)\vec{k}$. Найти $div\vec{F}$ в точке A(0;2;1)

Вариант 20

1. 1) $z = (5-y^2)^{arctg\sqrt{x}}$. Найти dz
2) $u = \cos^2(5x - y^2)$. Найти d^2u

2. 1) $z = arcsin\sqrt{\frac{y}{x}}$, где $x = \frac{1}{t}, y = ln^2 t$. Найти $\frac{dz}{dt}$
2) Функция z (x;y) задана уравнением $arctg(xy) - 3^{(2y+3z)} + z^2 = 15$. Найти dz

3. Найти производную функции $u = x^2 + \ln(x^2 + 2y^2 + z^2)$ в точке M(1;2;2)
в направлении вектора $\vec{S} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$

4. Найти $\overline{grad u}$ в точке A(2;1;1), если $u = \frac{x}{y} - \sqrt{z}$ и его направление.

5. Найти экстремум функции $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$

6. Изменить порядок интегрирования $\int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{20-y^2}} f(x;y)\,dx$

7. Вычислить криволинейный интеграл $\int_z (x+y)\,dx - 2y\,dy$, где z – ломанная ABC и точки
A(0;1), B(2;5), C(0;5)

8. Применяя формулу Грина, вычислить $\oint_{(c)} (x-y)^2 dx + 2xy\,dy$, где с – контур $\Delta ABCA$ с
точками A(1;0), B(2;1), C(0;1)

9. Вычислить $\int_{(-4;0)}^{(0;2)} (x^2 - 2y)\,dx + (y^2 - 2x)\,dy$

10. . $\vec{F} = arctg\frac{x}{y}\vec{i} + ln^3(z-y)\vec{j} + (x-2)z^2\vec{k}$. Найти $div\,\vec{F}$ в точке A(3;1;2)

Вариант 21

1. 1) $z = x \cdot tg^2 xy$. Найти dz

   2) $z = 2^{\frac{x}{3}} \cdot ctg3y$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$

2. 1) $z = arctg\,\frac{x}{\sqrt{y}}$, где $x = \sqrt{u}lnv, y = u^2 cos\frac{v}{3}$. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$

   2) Функция z(x;y) задана уравнением $(xy)^2 - y^2 + z^2 - xy^2 = 0$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

3. Найти производную функции $u = ln\frac{z^2}{x-2y}$ в точке P(3;1;-1) в направлении,
составляющем острые равные углы с осями координат

4. $z = 3^{\frac{x^2}{y}}$. Найти $\overline{gradz}$, его длину и направление в точке A(1;1)

5. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-6}^{2} dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x;y)\,dy$

6. Вычислить криволинейный интеграл: $\int_z x^2 y\,dy + (xy-1)\,dx$, где z – кривая x = cost,
   Y = 2sint от точки A(1;0) до точки B(0;2)

7. Применяя формулу Грина, вычислить $\oint_z \frac{dx}{y} - \frac{dy}{x}$, где z – контур $\Delta ABCA$ с вершинами
   A(1;1), B(2;1), C(2;2)

8. Вычислить $\int_{(\frac{\pi}{4};2)}^{(\frac{\pi}{2};1)} 2ysin2x\,dx - cos2x\,dy$

9. $\vec{F} = yarctgx^2\vec{i} + xy^3z^2\vec{j} + \frac{1}{x-z}\vec{k}$. Найти $div\,\vec{F}$ в точке A(2;0;1)

10. Найти экстремумы функции: $z = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, при x>0, y>0

Вариант 22

1. 1) $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt[5]{y})$. Найти dz

   2) $z = \frac{sin^2 3y}{x}$. Найти $d^2 z$

2. 1) $z = \arcsin\frac{\sqrt{x}}{y}$, где $y = \frac{1}{\ln(x^2+4)}$. Найти $\frac{dz}{dx}$

   2) Найти dz, если z(x;y) задана уравнением $z = arctg\,\frac{y}{z-x} + x$

3. Найти производную функции $u = arctg(x^2 + y^2) - xy^2z^3$ в точке М(1;1;1) по

направлению вектора $\overrightarrow{MN}$, где точка N(2;3;3)

4. Найти производную функции $u = \ln(x^2 + xy + z^2)$ в точке М(1;3;1) по направлению

$\overrightarrow{grad u}$

5. Найти экстремумы функции $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$

6. Изменить порядок интегрирования $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} dy \int_{y^2}^{1-y^2} f\,dx$

7. Вычислить работу, совершаемую под действием силы $\vec{F} = (x + y)\vec{i} - x\vec{j}$ при перемещении

контура, образованного полуосями координат и второй четвертью эллипса

x = 3cost, y = 2sint, пробегаемому против хода часовой стрелки

8. Вычислить, используя формулу Грина

$\oint_c \; ye^{xy} + 2cosy - 2y)\,dx + (e^{xy} \cdot x - x^2 siny)\,dy$,

где с – контур, образованный линиями xy = 1, y=1, y=2, x=0

9. Вычислить $\int_{(2;1)}^{(3;5)} \frac{x-2y}{(y-x)^2} + x)\,dx + (\frac{y}{(y-x)^2} - y^2)\,dy$

10. $\vec{F} = \frac{xy\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}}{1+xyz}$. Найти $div\,\vec{F}$ в точке А(1;-1;2)

Вариант 23

1. 1)$z = yarctg\frac{\sqrt{x}}{y}$. Найти dz

   2) $u = ln\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Показать, что функция u удовлетворяет уравнению$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

2. 1) $z = 2^{tgxy}$, где $x = u^2 sinv^2, y = u^3 + cosv$. Найти $\frac{dz}{du}$ и $\frac{dz}{dv}$

   2) Найти dz, если z(x;y) задано уравнением $sin^3 xy + z^3 x - y\sqrt{z} = 5$

3. Найти производную функции $z = x^{sin2y}$ в точке А(2;$\frac{\Pi}{4}$) по направлению вектора,

составляющего с осью X угол 60°

4. Найти направление наибольшего возрастания функции $u = xy - \frac{x}{z}$ в точке М(-4;3;-1)

5. Найти экстремумы функции $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$

6. Изменить порядок интегрирования:$\int_{-3}^{1} dy \int_{2y+1}^{4-y^2} f(x;y)\,dx$

7. Вычислить $\int_z \; arctg\frac{y}{x}dx - dy$, где z – дуга параболы y=x^2 от т. А(1;1) до т.В $(\sqrt{3};3)$

8. Используя формулу Грина, вычислить $\oint_c \frac{y}{x}dx + 2\ln x\, dy$, где с – замкнутый контур $\Delta ABCA$,

Где точка A(1;0), B(1;2), C(2;0)

9. Вычислить $\int_{(0;0)}^{(2;1)} 2xy\, dx + x^2\, dy$

10. Найти $div\,\vec{F}$, где $\vec{F} = \cos\frac{x}{y}\vec{i} + \arcsin\frac{y}{z}\vec{j} + (x+1)z^3\vec{k}$ в точке A(0;4;5)

Вариант 24

1. Найти dz

$$z = (2y^3x + 1) \times 5^{\cos^2\frac{x}{y}}$$

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

$$z = x + arctg\frac{y}{z-x}$$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$

$$z = 2e^{y^2} - \ln(x - 2y), \quad y = \cos 2x$$

4. Найти скорость изменения скалярного поля

$$u = 5x^2yz - 7xy^2z + 5xyz^2$$

в точке $M(1;1;1)$ в направлении вектора $\vec{a} = 8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$

5. Найти угол между градиентами скалярных полей

$u = x^2 + y^2 - z^2$ и $u = \arcsin\frac{x}{x+y}$ в точке M(1;1;$\sqrt{7}$)

6. Найти экстремумы функции

$$z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$$

7. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)\,dx$$

8. Применяя формулу Грина, вычислить

$$\oint_c (x^3y^3 + xy + x^5)\,dx + \left(\frac{3}{4}x^4y^2 + x^2 + y^5\right)dy$$

$$c: \quad y = x^2, \quad y = 2 - x, \quad x = 0$$

9. Вычислить

$\int_l x^2\,dy + \frac{dx}{y^2}$, l – дуга кривой $x = \frac{1}{y}$ от A(1;1) к B(4;$\frac{1}{4}$)

10. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить

$$\int_{(-1;0)}^{(1;1)}(15x^2+8xy^2-2y)dx+(8x^2y-2x-3y^2)dy$$

11.Вычислить дивергенцию векторного поля

$$\vec{u}=x^2\vec{i}+2y^2z\vec{k}$$

в точке M(1;1;-1) и пояснить физический смысл результата.

Вариант 25

1. Найти dz,

$$z=(2cosy+1)^{x^3}$$

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

$$x^2yz^3+tg\frac{x}{z}=0$$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

$$z=usin^2v,\quad u=\frac{3x+1}{y},\quad v=\frac{yx}{3}$$

4. Найти скорость изменения скалярного поля

$$u=(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}$$

в точке M_o(1;1;1) в направлении вектора $\vec{l}=2\vec{i}-\vec{k}$

5. Найти наибольшую скорость возрастания поля

$u=\ln(x^2+4y^2)$ в точке M(6;4)

6. Найти экстремумы функции

$$z=x^2y^2(x+y-1),\quad x>0,\quad y>0$$

7. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-2}^{1}dx\int_{x^2}^{2-x}f(x;y)dy$$

8. Применяя формулу Грина, вычислить

$$\oint_{c^+}(2xy+5y)dx+(2x^2+5x)dy$$

$$c:\quad y=\sqrt{x},\quad y=0,\quad x=9$$

9. Вычислить

$\int_l y^2dx+(x+1)dy$, l – дуга кривой $\begin{cases}x=t^2-1\\ y=2t+1\end{cases}$ от A(-1;1) до B(0;3)

10.Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить

$$\int_{(0;0)}^{(1;\frac{\pi}{2})}(e^{2x}+y^3x+cosx)dx+\left(siny+\frac{3}{2}y^2x^2\right)dy$$

11.Даны векторы

$\vec{a} = 2x\vec{i} - \vec{j} + 3y\vec{k}$ и $\vec{b} = (z+1)\vec{i} + 2x\vec{j}$

Найти $div(\vec{a} \times \vec{b})$ в точке M(5;-1;-1)

Вариант 26

1. Найти dz

   $z = \frac{tg^2(2x-3y)}{lncos5y}$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$

   $x^2 + y^3 = 3^{x^2-3y^3}$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$

   $z = ctg\left(\frac{x}{2y} + y^2\right), \quad x = sin\frac{u}{v}, \quad y = \sqrt{\frac{v}{u}}$

4. Найти производную $(\frac{\partial u}{\partial l})_M$ в направлении, идущем от M (1;1;1) к N(4;5;13)

   $u = x^2y^3z + sin^2(x + y - 2z)$

5. Найти $(\overrightarrow{gradz})_A$

   $z = arctg\frac{x+2y}{x}$, A (1;-1)

6. Изменить порядок интегрирования

   $\int_0^4 dy \int_{-\sqrt{4-y}}^{2-\frac{y}{2}} f(x;y)dx$

7. Найти экстремумы функции

   $z = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \quad x > 0, \; y > 0$

8. Применяя формулу Грина, вычислить

$\oint_c \; 2(x^2 + y^2)dx + (x+y)^2dy,$ c - контур треугольника с вершинами A(1;1); B(2;2); C(1;3)

9. Вычислить

   $\int_l \; (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy, \quad l$ – дуга параболы $y = x^2$

   от A(-1;1) до B(1;1)

10. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить

    $\int_{(1;0)}^{(0;1)}(x^4 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 - 5y^4)dy$

11. Вычислить дивергенцию векторного поля

$\vec{F} = (xy)^z\vec{i} + (yz)^x\vec{j} + (xz)^y\vec{k}$, в A(1;-1;2)

Вариант 27

1. Найти dz

   $z = x^3 arcsin\frac{x}{\sqrt{y}}$

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$

   $xz + y^2xz^2 + \ln(x^2+z^2) = 0$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$

   $z = arctg\sqrt{\frac{x}{2y}}, \quad x = u^2v, \quad y = \frac{u}{v}$

4. Найти производную $(\frac{\partial u}{\partial l})_M$ в направлении, идущем от M (0;1;2) к N(3;3;14)

   $u = xctg^2\frac{(y+z)\pi}{x+1-y}$

5. Найти $(\overrightarrow{gradu})_A$

   $u = 3^{x^2+y^2+z^2}$ A(1;-1;1)

6. Изменить порядок интегрирования

   $\int_0^1 dx\int_{x^2-1}^{x+1} f(x;y)dy$

7. Найти экстремумы функции

   $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$

8. Применяя формулу Грина, вычислить

   $\oint_{c+} \sqrt{x^2+y^2}\,dx + \left[x + yln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)\right]dy, \quad c: \begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 2{,}5 \end{cases}$

9. Вычислить

   $\int_l 2xydx - x^2\,dy$, $l -$ дуга параболы $x = 2y^2$ от O(0;0) до A(2;1)

10. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить

    $\int_{(\frac{1}{2};\frac{1}{2})}^{(1;e)} (e^{-x} - \frac{2}{x^3y})dx + (lny - \frac{1}{x^2y^2})dy$

11. Найти дивергенцию векторного поля

    $\vec{F} = y^2z^3\vec{i} + 2xyz^3\vec{j} + 3y^2z^2\vec{k}$ в A(1;1;1)

Вариант 28

1. Найти dz,

$$z = \frac{\sqrt[3]{3x-5}}{\cos(xy+7y^2)}$$

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$,

$$z = \ln\left(\frac{x+y}{y}\right), \text{ где } y = \cos 3x$$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$,

$$4y^2z + x\,\mathrm{tg}(yz) = 0$$

4. Найти $\left(\frac{\partial u}{\partial в}\right)_M$ в направлении, составляющем одинаковые тупые углы с осями координат

$$u = x \arcsin\sqrt{\frac{x}{y}} + x^2yz,\ M(1;2;1)$$

5. Найти $\left(\overline{grad}\ z\right)_A$,

$$z = \frac{x}{\sqrt{2x^2+y^2}},\ A(2;1)$$

6. Найти экстремумы функции

$$z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y \quad (x > 0;\ y > 0)$$

7. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_x^{2x} f(x,y)dy$$

8. Применяя формулу Грина, вычислить

$$\oint_C (2xy - y)dx + x^2\,dy,$$

$c: y = 2 - \frac{x^2}{2};\ y = \frac{x^2}{4} - 1; x = 0\ (x \geq 0)$

9. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x^2+y^2)\,dx + xydy$ вдоль пути $L: y = e^x$ от $A\ (0;1)$ до $B\ (1;e)$

10. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования, и вычислить $\int_{(1;1)}^{(2;3)} \ln y dx + \left(\frac{x}{y} + 2\right)dy$

11. Найти $div\left(\overline{grad}\ (x^2+y^2+z^2)\right)$

Вариант 29

1. Найти dz,

$$z=\sin\left(\log_5\frac{x^2+4}{y^3}\right)$$

2. Найти $\frac{du}{dt}$,

$$u=\frac{yz}{x};\ x=e^{3t};\ y=t^2-1;\ z=\frac{1}{\cos t}$$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$,

$$(3x-zy)\operatorname{tg}\frac{x}{z}+y^2z=0$$

4. Найти $\left(\frac{\partial z}{\partial e}\right)_M$ в направлении, составляющем с осью OX угол $135°$, $M(-1;2)$

$$z=x^2\operatorname{tg}(y^2+4x)$$

5. Найти величину наибольшего подъема поверхности $z=3x^2+4y^2$ в точке $A(1;1;7)$

6. Найти экстремумы функции

$$z=x^3+y^3-3xy$$

7. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-1}^{0}dy\int_{-\sqrt{2-y^2}}^{y}f(x,y)dx$$

8. Применяя формулу Грина, вычислить

$$\oint_C \frac{x}{y}dx+2\ln x dy,\ c-\text{контур }\Delta\,ABC{:}\ A(1;0), B(2;2), C(1,2)$$

9. Вычислить криволинейный интеграл вдоль пути $L{:}\ y=\sin x$ от $A(0;0)$ до $B\left(\frac{\pi}{2};1\right)$ $\int_L \ cos^3 x dx+ydy$

10. Доказать, что интеграл не зависит от пути интегрирования, и вычислить $\int_{(0;1)}^{(1;2)}(e^x\ln y+2x)dx+\frac{e^x}{y}dy$

11. Даны векторы $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k};\ \vec{v}=y\vec{i}+z\vec{j}+x\vec{k}$. Найти: 1) $|\vec{u}\times\vec{v}|$

2) $div(\vec{u}\times\vec{v})$

3) $rot(\vec{u}\times\vec{v})$

4) $\overline{grad}\,|\vec{u}\times\vec{v}|$

Вариант 30

№1

1)Z=lg($\sqrt{x}+x^3+5^{xy}$). Найти dz.

2)Z=X^2arccos(y). Найти d^2z.

№2

1)z=ctg^2($\frac{\sqrt{y}}{x}$), где y=e^{2x}. Найти $\frac{dz}{dx}$.

2)Функция z=f(x,y) задана уравнением arcsin(xy) +yz^2- cos(z)=0. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$.

№3

Найти производную функции u= ln($\frac{z^2}{x-zy}$) в точке M(3;1;-1) в направлении, составляющем равные острые углы с осями координат.

№4

Найти $\underset{grad}{\longrightarrow}$u в точке P(2;1;1), если u=$\frac{x}{y}$ - $\sqrt{z}$, и его направление.

№5

Найти экстремум функции z=x^2+ xy + y^2+ $\frac{1}{x}$ +$\frac{1}{y}$, x$> 0, y > 0$.

№6

Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{y} f(x,y)dx$

№7

Вычислить, используя формулу Грина: $\oint_c \ (xdy-ydx)$, где c $-$ окружность:$\begin{cases} x=\cos(t) \\ y=\sin(t) \end{cases}$.

№8

Вычислить $\int_L \ (x^3-y)$dx + xdy по дуге параболы y=2x-x^2, расположенной над осью OX, пробегаемой по ходу часовой стрелки.

№9

Вычислить интеграл, не зависящий от пути интегрирования: $\int_{(2;0)}^{(0;3)} \frac{2x(1-e^y)}{(1+x^2)^2}$dx + ($\frac{e^y}{1+x^2}+1$)dy.

№10

Найти дивергенцию векторного поля: $\underset{F}{\rightarrow}$=xcos(y) $\underset{i}{\rightarrow}$ +ycos(z)$\underset{j}{\rightarrow}$ в точке A($\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{4}$).