

Расчетно-графическая работа по теме:
«Пределы. Дифференцирование функции одной переменной»

Задания, отмеченные (*), не являются обязательными для выполнения.

Вариант 1.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 12x^2 - x + 2}{8 - 17x^2 - x\sqrt{3x^2}}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 - 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x+2}\right)^{3x+1}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-8}\right)^{x+2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (3x)^{\sin 7x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{23x^2 + \sin 3xe^x}{\operatorname{tg} 7x + 15x^3}$

Продифференцировать функции:

11. $y = \arcsin \sqrt[6]{x} \cdot (6^{\operatorname{tg} 5x} + \operatorname{tg}^4 5x); y' - ?$

12. $y = \frac{\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}{\ln x}; dy - ?$

13(*). $y = (\cos 2x)^{5x+1}; y' - ?$

14. $y = \sin^4(3x); y'' \left(\frac{2\pi}{9}\right) - ?$

15(*). $3x^5 + 4y^3 - 5 \sin^2 \frac{y}{x} = 2^{\operatorname{sh} x}; y'(x) - ?$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 - 7x$, образующей с осью Ox угол 135° .

17. Показать, что функция $y = e^{-x} \sin 2x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 3t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 3$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt[3]{7,64}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$.

Вариант 2.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5x^2 + (7x)^3}{2 + (x + 3)^3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x + 1} - 4}{3 - \sqrt{x + 4}}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 - 26x + 1} - \sqrt{3x^2 + 11x - 7})$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-5x^2 - 3x + 2}{7x^2 + 4x - 3}$

5. $\lim_{x \rightarrow +0} \ln 3x \sin x^2$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x}{\operatorname{tg} 5x \cos 2x}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{1 - x}\right)^{\frac{13 - 2x}{3}}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 4}{5x - 3}\right)^{1 - x}$

9. $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{\ln x}\right)^{\ln^{-2} x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x x^2 - e^x - \cos 3x}{\operatorname{tg} x}$

Продифференцировать функцию:

11. $y = \operatorname{ctg} e^{\sqrt{x}} \cdot (4^{\sin 5x} + \sin^4 5x); y' - ?$

12. $y = \frac{\arctg x + \sqrt[3]{x}}{\cos x}; dy - ?$

13(*). $y = (\arccos 2x)^{3x+5}; y' - ?$

14. $y = \cos^3 4x; y''\left(\frac{\pi}{6}\right) - ?$

15(*). $2^x \operatorname{tg} 3y - \log_8^3 y = \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{y}; y'(x) - ?$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 - 2x$, параллельной прямой $y = 4x + 3$.

17. Показать, что функция $y = e^{-x} \cos 3x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 2y' + 10y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 4$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt[3]{0,97}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^4}{x^3 + 1}$.

Вариант 3.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{11} - x^7 + x + 11}{3x^{11} - x^7 + 2x^3 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + 5x^2} - (1 + x)}{3x}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (11\sqrt{x^2 + 5x - 1} - \sqrt{121x^2 - x + 1})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 2x + 3}{5x^2 - 10x - 15}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 5x - 1}{\sin^2 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x - 1}{\ln x \sin x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{13}{x - 1}\right)^{5 - 4x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 - x}{7 - x}\right)^{8x - 3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (2x)^{x^2}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x e^{2x}}{12x^3 - 8x^4}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = \ln^2 \operatorname{tg} 3x \cdot (7^{\arcsin 6x} + \arcsin^7(6x)); y' - ?$$

$$12. y = \frac{\sqrt{x} + \operatorname{arctg} x}{\cos x}; dy - ?$$

$$13(*). y = (\operatorname{ctg} x)^{6x+2}; y' - ?$$

$$14. y = \sin^3(4x); y''\left(\frac{\pi}{12}\right) - ?$$

$$15(*). \sin 3x - 5 \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \lg(5x^2 - 3y^3); y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 + x$, параллельной прямой $y = -5x + 1$.

17. Показать, что функция $y = e^{-x} \sin 3x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 2y' + 10y = 0$.

18. Тело движется по закону: $x(t) = t^3 + 2t^2 + 4t$ вдоль оси Ox . Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 3$.

$$19(*). \text{Вычислить приближенно } \sqrt[3]{8,36}.$$

$$20. \text{Исследовать функцию и построить ее график: } y = \frac{x^3}{3 - x^2}.$$

Вариант 4.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 - 8x^5 + 2x - 4}{6x^5 + 2x^4 - 4x^2 + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - 2 \cdot (x - 2)}{4x}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 - 2x + 3} - 3\sqrt{x^2 + x - 4})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{5x - 2 - 2x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{3x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} (\ln x)^{\sin 3\pi x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{7x + 2}\right)^{3x-4}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 7}\right)^{5-6x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \cdot \operatorname{ctg} 4\pi x$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 2^{\operatorname{tg} x}}{3x^2 \cdot e^{5x}}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = \operatorname{arccotg}^4(2 - 3x) \cdot \left(\log_2^3 \sin^4 \frac{x}{2} - 2^{\arcsin^2 \sqrt{3x+1}}\right); y' - ?$$

$$12. y = \frac{\arccos 5x - \operatorname{ctg}^4 \frac{2}{\sqrt{x}}}{\operatorname{tg}^3 \frac{3x}{5}}; dy - ?$$

$$13(*). y = (3x + \log_4^3 x)^{5x^2 - \sqrt[3]{2x}}; y' - ?$$

$$14. y = \cos^4 2x; y'' \left(\frac{5\pi}{6}\right) - ?$$

$$15(*). 5^{\operatorname{ch} 3x} - \log_2(\cos x + y^2) = \frac{1}{2x - \sqrt[3]{4y}}; y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 5x^2 - 2x + 3$, параллельной прямой $y = 5 - 12x$.

17. Показать, что функция $y = 4e^{-2x} \cdot \sin 3x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 4y' + 13y = 0$.

18. Тело движется по закону: $x(t) = \frac{2t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 3t$ вдоль оси Ox . Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 3$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt[3]{26,73}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$.

Вариант 5.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3 + 11x^2 + 3}{5x^3 - 4x^2 - x - 6x^4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{\sqrt{x^2-3} - x + 1}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (2\sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + x - 5})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{27 - x^3}{3x^2 - 5x - 12}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\cos^2 7x - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 4) \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{5}{2x+3}\right)^{6-7x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+9}\right)^{\frac{3x-4}{6}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\operatorname{ctg} 3x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \operatorname{tg} 3x - 2^x \cdot x}{\sin^2 4x + 5x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. \arcsin^8(2x+3) \cdot 4^{\operatorname{ctg} 3x} - \log_4^2 \cos \frac{3x}{5}; y' - ?$$

$$12. y = \frac{\operatorname{ctg}^3 \frac{3}{\sqrt{2x}} - 3 \operatorname{arctg} 4x^2}{\ln(3x^4 + 2)}; dy - ?$$

$$13(*). y = \left(5x^3 + \sqrt[3]{\frac{x+3}{1-2x}}\right)^{\arccos^2 x}; y' - ?$$

$$14. y = \sin^5 6x; y''\left(\frac{\pi}{8}\right) - ?$$

$$15(*). 5^{y^2 \cdot \operatorname{ctg} x} - 3y^3 = \arcsin \frac{y}{x}; y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 + x - 2$, параллельной прямой $y = 4 - 11x$.

17. Показать, что функция $y = 3e^{2x} \cdot \cos 5x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' - 4y' + 29y = 0$.

18. Тело движется по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + 3t^2 + 4t$ вдоль оси Ox . Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 5$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt[3]{27,27}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$.

Вариант 6.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^{\frac{13}{5}} - 2\sqrt{2}x^2 + 5}{-3x^{\frac{13}{5}} - \sqrt{x} + 7}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{\sqrt[3]{x^3+8}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(3\sqrt{x^2 - 7x + 1} - \sqrt{9x^2 + 14x - 1} \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^2 - 15x + 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x \operatorname{tg} 2x}{\sin^2 5x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (x\sqrt{2})^4 \lg 2x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x+4} \right)^{\frac{3x+2}{7}}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-3x}{34-3x} \right)^{5-21x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{11}{x}}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cdot \operatorname{tg} 2x + \sin 3x}{\sin 2x + 5x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\operatorname{tg}^4 \ln(7x+3)) \cdot (5^{\sin 3x} + \sin^5 3x); \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{\arccos x + \sqrt{x}}{\sin x}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}; \quad y' - ?$$

$$14. y = \sin^3 4x; \quad y'' \left(\frac{3\pi}{16} \right) - ?$$

$$15(*). x^3 + \cos 3y - 2 \arcsin \frac{x}{y} = y^2 \cdot \operatorname{ctg}^3 4x; \quad y'(x) - ?$$

16. Указать точку, в которой касательная к графику функции $y = x^2 + 2x - 3$, параллельна оси абсцисс.

17. Показать, что функция $y = e^{-3x}(2x+1)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 6y' + 9y = 0$.

18. Тело массой 100 кг движется прямолинейно по закону $S(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3}$.

Определить кинетическую энергию $\left(\frac{mv^2}{2} \right)$ тела через 5 секунд после начала движения.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt[5]{31,85}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{3x^2+7x+2}{(x+1)^2}$.

Вариант 7.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{1}{2}} + 3}{8 - \sqrt{x} + 15x^{\frac{5}{2}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{x-2}}{\sqrt{5x+1} - x - 1}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 7x + 3} - 2\sqrt{x^2 + 7})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 8x - 28}{-2x^2 + 5x + 18}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 13} (x - 13) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{17}{5x - 16}\right)^{x-7}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{13x - 29}{13x - 14}\right)^{11x+1}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^{10x} - 10x^7 \sin x}{\operatorname{tg}^2 3x - x^2}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\ln^4 \arccos \sqrt{x+1}) \cdot (5^{\operatorname{ctg} 5x} + \operatorname{ctg}^3 5x); \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{\sin x + \log_4(3x+1)}{\operatorname{arctg} x}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x^2+3}}; \quad y' - ?$$

$$14. y = \cos^3 3x; \quad y'' \left(\frac{7\pi}{18}\right) - ?$$

$$15(*). 5x^2 + 2x - 11^{\cos 2x} - \operatorname{arctg}^2 \frac{y}{x} = 5x^3 \cdot y; \quad y'(x) - ?$$

16. В каких точках касательная к графику функции $y = x^3 - 12x^2 + 36x - 1$, параллельна оси Ox .

17. Показать, что функция $y = e^{-x}(\cos 3x + \sin 3x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 2y' + 10y = 0$.

18. Точка движется по прямой по закону $S(t) = 5t^2 - 10t + 1$. Определить скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt{8,64}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$.

Вариант 8.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3x^{\frac{7}{2}} + 11x^{\frac{5}{2}}}{3x^{\frac{5}{2}} + 3x^{\frac{3}{2}} - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (2\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{4x^2 - 7x + 23})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -10} \frac{4x^2 + 30x - 100}{-x^3 - 5x + 50}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 9x}{\sin^2 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} \ln 13x \sin^2 x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{17 - 13x}\right)^{2-x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{14 - 15x}{3 - 15x}\right)^{1+2x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 3x)^{\sin^2 x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - \cos 3x}{\operatorname{tg}^2 5x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\ln^7 \cos \sqrt{7x+3}) \cdot (5^{\arcsin 4x} + \arcsin^5 4x); \quad y' = ?$$

$$12. y = \frac{3 \operatorname{tg} 2x}{\log_2 x - 5e^x}; \quad dy = ?$$

$$13(*). y = (\operatorname{arctg} x)^{2x+5}; \quad y' = ?$$

$$14. y = \sin^3 \frac{x}{3}; \quad y''(4\pi) = ?$$

$$15(*). 3 \operatorname{arctg}^3 \frac{x}{y} + (5x - 2) \cdot \cos 4y = 2 \operatorname{ctg}^3 2x; \quad y'(x) = ?$$

16. Определить угол наклона касательной к параболе $y = x^2 + 3x + 2$ в точке пересечения параболы с осью абсцисс.

17. Показать, что функция $y = e^{-3x}(4x+2)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 6y' + 9y = 0$.

18. Точка движется вдоль оси Ox по закону $x(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 - 3t$. Определить скорость и ускорение точки в момент времени $t=2$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt{8,58}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2 + 2x - 7}{(x+1)^2 - 4}$.

Вариант 9.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2 + 8x - \sqrt{3}}{15 - 2x^2 + \sqrt{31}x^3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{10 - x - 6\sqrt{1-x}}{2 + \sqrt[3]{x}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^2 + 7x} - \sqrt{8x^2 + 1})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5 - 3x - 2x^2}{3x^2 - 7x + 4}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 19x - 7x^2}{x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (x - \sin x) \ln x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2x}{x^2 - 1}\right)^{3x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{27x - 8}{27x + 1}\right)^{\frac{x-1}{3}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow +0} (\operatorname{tg} 5x)^{\sin 3x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 e^x + 2x}{\sin x + \operatorname{tg} x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\arccos^3 \sqrt{5x+1}) \cdot (8^{\operatorname{tg} \frac{x}{7}} + \operatorname{tg}^8 7x) ; \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{\sqrt[3]{x} - \sin x}{\log_5 x} ; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = (\cos \frac{x}{2})^{\operatorname{ctg} 4x} ; \quad y' - ?$$

$$14. y = \sin^3 \frac{x}{2} ; \quad y'' \left(\frac{7\pi}{3} \right) - ?$$

$$15(*). 7y^5 + 2x^4 - 3 \log_2^3(3x + y) = 2^{\operatorname{arctg} \frac{x}{y}} ; \quad y'(x) - ?$$

16. Определить угол между осью абсцисс и касательной к параболе $y = x^2 + x + 5$, в точке пересечения параболы с осью ординат.

17. Показать, что функция $y = e^x \sin 4x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' - 2y' + 17y = 0$.

18. Точка движется вдоль оси Ox по закону $x(t) = t^3 + 3t^2 - 9t$. Определить скорость и ускорение точки в момент времени $t=2$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt{9,24}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3}{(x-2)^2}$.

Вариант 10.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^{\frac{3}{2}} + 8\sqrt{x} + 13}{-\sqrt{2x} + 15x\sqrt{x}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{5x + 1}}{\sqrt{3x - 8} - x + 2}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 7x + 14} - \sqrt{2x^2 + 7x + 5})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\operatorname{tg} 2x - 6\sin x}{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (\sin 2x)^3 \ln x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3x}\right)^{\frac{1-2x}{6}}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{7-2x}\right)^{14-x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 5x)^{\sin 7x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{e^x 2x \operatorname{tg} 2x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\operatorname{tg}^6 \arcsin \sqrt{x}) \cdot (9^{\sin 3x} + \sin^9 3x); \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{\operatorname{arctg} x + e^x}{\log_3(2x + 1)}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = (\operatorname{ctg} x)^{\frac{2}{x}}; \quad y' - ?$$

$$14. y = \cos^3 3x; \quad y'' \left(\frac{5\pi}{12}\right) - ?$$

$$15(*). 5x^7 - 3y^2 + 4y^3 - \arccos^2 \frac{x}{y} = 2^{\operatorname{ctg}^3(xy^2)}; \quad y'(x) - ?$$

16. В каких точках касательные к графику функции $y = x^3 + \frac{3x^2}{2} - 6x$, параллельны оси ОХ?

17. Показать, что функция $y = e^{-x} \sin 4x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 17y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ох по закону: $x(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$. Найти скорость и ускорение тела в момент времени $t = 3$.

19(*). Вычислить приближенно $\sqrt{3,96}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{3-x^2}{x+2}$.

Вариант 11.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}x^5 + 1}{-8x^5 + 4x^3 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x-2} - 1}{2 - \sqrt{5x-1}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 23x + 8})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 - 5x - 12}{3x^2 + 8x + 5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} \ln x \sin x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3x^2}\right)^{8x^2+1}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{11x-7}{11x+5}\right)^{2x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{3x^2}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\ln^2 \sin x)(4x+1) \cdot (8^{\cos 3x} + \cos^8 3x); \quad y' = ?$$

$$12. y = \frac{\sqrt{x} + \operatorname{arctg} x}{\operatorname{tg} x}; \quad dy = ?$$

$$13(*). y = (\arcsin x)^x; \quad y' = ?$$

$$14. y = \sin^4 2x; \quad y''\left(\frac{5\pi}{12}\right) = ?$$

$$15(*). 2^{\operatorname{ctg}^3 2x} + 5x^2 \cdot y^3 - 3y^2 = 3 \arccos^5 \frac{x}{y}; \quad y'(x) = ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 - 2x$, образующей с осью OX угол 45° .

17. Показать, что функция $y(x) = e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 - 3t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 4$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{7,64}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3}{x^3+1}$.

Вариант 12.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{23x - 37x^2 + 15x^4}{3x^4 - 7x^3 + 29}$

2. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{15x^2 + 29x - 14} - \sqrt{15x^2 - 1})$

4. $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x^2 - 10x - 11}{(x - 11)(x^2 + 3x + 2)}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x - \sin 13x}{\operatorname{tg} 2x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^4 - 1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x + 3}\right)^{7 - 5x}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 5}{x - 7}\right)^{\frac{1 - 3x}{2}}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x)^{3 \operatorname{tg} 7x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \operatorname{tg} x + 4x^3}{-5 \sin 18x + e^x x^3}$

Продифференцировать функцию:

11. $y = (\ln^4 \arcsin \sqrt{x}) \cdot (5^{\operatorname{ctg} 3x} + \operatorname{ctg}^5 x)$; $y' = ?$

12. $y = \frac{\operatorname{tg} x + 3^x}{\cos x}$; $dy = ?$

13(*). $y = (\arctg x)^x$; $y' = ?$

14. $y = \sin^3 \frac{x}{2}$; $y''\left(\frac{5\pi}{3}\right) = ?$

15(*). $6x^3 + 2x^2 \cdot y^4 - \operatorname{ctg}^3 \frac{y}{x} = \log_3^5 y$; $y'(x) = ?$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^2 - 3x$, параллельной прямой $y - 5x - 1 = 0$.

17. Показать, что функция $y(x) = (5x + 6)e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 3$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{8,24}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2}$.

Вариант 13.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{6x^5 + x^2} - 13x^3}{1 - 71x^3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 24} - \sqrt{x^2 - x + \sqrt{8}})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{17x^2 - 24x + 7}{3x^2 + 8x - 11}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{13}{7 + 8x}\right)^{11x - 27}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{76x - 13}{76x + 4}\right)^x$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 13x)^{\sqrt{2}x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x e^{7x} - x^3}{13x^3}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\sin^4 \ln(5x + 6)) \cdot (2^{\operatorname{tg} 7x} + \operatorname{tg}^2 3x); \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{\cos x + \sqrt{x}}{\arccos x}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = (\sin x)^{3x}; \quad y' - ?$$

$$14. y = \cos^3 2x; \quad y''\left(\frac{2\pi}{3}\right) - ?$$

$$15(*). 2x^2 y^3 + 3x^4 + 2 \sin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{y} - 5^{\operatorname{arctg}^4 3y}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 5x^2 - 6x + 2$, параллельной прямой $y = 4x - 7$.

17. Показать, что функция $y = (3x + 7)e^{-2x}$ решением дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 4y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = -3t + t^3$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 2$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{1,21}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 1}$.

Вариант 14.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{3x^6} + \sqrt{x} - 14}{-5\sqrt{x} + 31x^{\frac{7}{6}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 17x + 37} - \sqrt{x^2 - 36x + 24})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{13x^2 - 7x - 20}{-5x^2 - 3x + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 13x - \cos 7x}{5x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (2x)^3 \ln 7x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{18x+5}\right)^{-7x+3}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{13x+1}{13x-1}\right)^{-5x+18}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{5}x)^{23 \operatorname{tg} 7x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x - \sin 3x - 2x}{7x^3 + 24x^2 + 13x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\operatorname{tg}^2 \ln(3x+7)) \cdot (3^{\cos 2x} + \sin^2 5x); \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{2 \operatorname{ctg} x}{3 \ln x - 5e^x}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = x^{\sqrt{x}}; \quad y' - ?$$

$$14. y = \cos^3 \frac{x}{3}; \quad y''\left(\frac{5\pi}{2}\right) - ?$$

$$15(*). \operatorname{arcc} \operatorname{tg} \frac{2x}{\sqrt{3x-1}} + 3xy^5 = 4y^3 + 4^{\operatorname{sh} 3x} + \sin^2 \frac{x}{y}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^2 - 3x$, образующей с осью Ox угол 135° .

17. Проверить, является ли функция $y(x) = (4x+3)e^x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 3$. В какие моменты времени тело меняет направление движения?

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{26,73}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$.

Вариант 15.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{17x^{\frac{19}{7}} + x^2 - \sqrt{x} + 7}{9x^{\frac{19}{7}} - x + \sqrt{x}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{27x^4 - 5x^2 + x} - \sqrt{27x^4 - 11x^2 - 36})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{5x^2 + 5x - 60}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 13x - 1 - \sin^2 x}{x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} x^5 \ln^3 27x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{\cos x - 1}}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+5}\right)^{23x-8}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+7}\right)^{2-5x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{9x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (\ln x \sin x \sqrt{3x+2}) \cdot (3^{\sin 2x} + \sin^2 x); \quad y' = ?$$

$$12. y = \frac{\sqrt{x} + \arcsin x}{\ln x}; \quad dy = ?$$

$$13(*). y = (\cos 3x)^{2x}; \quad y' = ?$$

$$14. y = \cos^3(3x); \quad y''\left(\frac{2\pi}{9}\right) = ?$$

$$15(*). 7 \cos^2 \frac{y}{x} - 3x^2 + 2y^5 = \log_2 x \cdot 3^{cth y}; \quad y'(x) = ?$$

16. Составить уравнение одной касательной к графику функции $y = 2x^2 - 3x$, образующей с осью OX угол 45° .

17. Проверить, является ли функция $y(x) = (3x+1)e^{-x}$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 3t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 5$. В какие моменты времени тело меняет направление движения?

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{27,54}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{2x^3}{x^2-3}$.

Вариант 16.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{23x^8 - 17x^6 + 8\sqrt{2}x + 1}{-3 - 14x + 8x^2 + 7x^8}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5 + 2x} + x + 1}{3 - \sqrt{7 - x}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + x - 7})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x^4 - 3x^2 + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 12x}{\sin^2 8x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3x + 2}\right)^x$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x + 8}{7x - 1}\right)^{7x+1}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 3x)^{\sin 5x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{8x} \cos^2 x - 1}{\cos^2 5x - 1}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y(x) = \left(\operatorname{tg} x^{\frac{3}{2}} + \cos 5x \log_2(3x - 1)\right) \cdot \left(\arccos^5 \frac{2}{x} - 3^{\sin x}\right); \quad y' - ?$$

$$12. y(x) = \frac{2x + \operatorname{ctgx}}{e^{\operatorname{arctgx}}}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y(x) = (2x + 1)^{\arcsin 5x}; \quad y' - ?$$

$$14. y(x) = \cos^4 3x; \quad y''\left(\frac{\pi}{18}\right) - ?$$

$$15(*). 3x^5 - \log_2^3 x + 2^{y \cdot \sin x} = \arccos^2 \frac{x}{y}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4x + 1$ проходящей через точку $A(0; -3)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = 5e^{-x} \sin 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 - 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 2$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{7,97}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2}$.

Вариант 17.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 14x^3 - 27}{149 - 31x^3 - 77x^5}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{81x^2 - 17x + 143} - 9\sqrt{x^2 - 5})$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^2 - 13x - 2}{-2x^2 - x + 10}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - 5x}{13x^3}$

6. $\lim_{x \rightarrow 10} (x - 10) \operatorname{ctg} \pi x$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{15}{27x + 1}\right)^{-x+3}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+13}\right)^{-8x+2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 17x)^{-5x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 17x - 1}{\operatorname{tg}^2 x - \sin^3 5x}$

Продифференцировать функцию:

11. $y(x) = (\operatorname{ctg} 2x + 3^{\sin x} + \arccos(1-x)) \cdot (\log_2^3 - \operatorname{arctg} x^2 x); \quad y' - ?$

12. $y(x) = \frac{e^{\arcsin x}}{3x + \operatorname{tg} x}; \quad dy - ?$

13(*). $y(x) = (2 - 3x)^{\operatorname{arctg} 4x}; \quad y' - ?$

14. $y(x) = \sin^5 \frac{x}{4}; \quad y''\left(\frac{2\pi}{3}\right) - ?$

15(*). $4y^3 - 2x + 3x^2 - 5^{2x \cdot \operatorname{ch} x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x}; \quad y'(x) - ?$

16. Составить уравнение одной касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2$, проходящей через точку $A(0;6)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = 2e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} - 4t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 2$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt{9,02}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$.

Вариант 18.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5}x^{\frac{7}{2}} + 13x^{\frac{9}{2}} - 8x^{\frac{11}{2}}}{-\sqrt{x} - 19x^{\frac{3}{2}} - 23x^{\frac{11}{2}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 17})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-5x^2 + 13x - 8}{2x^2 + 21x - 23}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin(\sqrt{5}x) - \sqrt{15}x}{2x^3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (\cos 7x - 1) \ln 2x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3-x}\right)^{-8x+17}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{11-11x}{12-11x}\right)^{11-11x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (13x)^{7 \operatorname{tg} 21x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sin 17x - 17xe^{18x}}{x^3 \cos 2x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y(x) = \left(\arctg x \log_5^4 + \cos^3 \frac{x}{2}\right) \cdot (\arcsin^3 \sqrt{x+1} - 2^{\operatorname{tg} x}); \quad y' - ?$$

$$12. y(x) = \frac{\sin x - 4x}{e^{\arccos x}}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y(x) = (4x - 3)^{\arctg 3x}; \quad y' - ?$$

$$14. y(x) = \cos^3 4x; \quad y''\left(\frac{\pi}{12}\right) - ?$$

$$15(*). 5^{x \cdot \operatorname{ctg}^3 y} - 3x^4 \cdot y^2 + 4y^3 - 2x^5 = \arcsin \frac{y}{x}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение одной касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x^3 + 2x - 4$, проходящей через точку $A(0;5)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = 2e^{-x} \sin 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{5t^2}{2} + 6t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 1$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{8,03}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{(x+1)^2}{2(x-2)}$.

Вариант 19.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13x^2 + 14x^3 + 15x^4}{\sqrt{2}x^4 - 13\sqrt{x}}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2 - 17x + 37} - \sqrt{3x^2 - 1})$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{2x^2 + 7x - 22}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 13x - 13x}{7x^3}$

6. $\lim_{x \rightarrow +0} (\cos 3x - 1) \ln x$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7x}{x^2 + 1}\right)^{2x-1}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{14 - 13x}{21 - 13x}\right)^{-5x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 21x)^{3x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x x^2 - \ln x}{\cos 17x - 1}$

Продифференцировать функцию:

11. $y(x) = (5^{\sin x} \arcsin x + \operatorname{tg}^6 2x) \cdot \left(\log_3^4 x - \operatorname{arccctg} x^5 \frac{3}{x}\right)$; $y' = ?$

12. $y(x) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\cos x + 3x}$; $dy = ?$

13(*). $y(x) = (5 - 2)x^{\arccos 7x}$; $y' = ?$

14. $y(x) = \sin^4 \frac{x}{3}$; $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

15(*). $\cos 5x + 4 \operatorname{arccctg} \frac{y}{x} + 7y^5 = \log_2(3y^2 + 5x^3)$; $y'(x) = ?$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x - x^2 - x^3 + 2$, проходящей через точку $A(0;5)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - 3t^2 + 8t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 3$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt{8,98}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3}{x^4 - 1}$.

Вариант 20.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13x^7 + 21x^5 - 3x^2 + 16}{-4x^7 - 3x^3 + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{13x^2 - 7x + 24} - \sqrt{13x^2 + 26x - 13})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 27x + 50}{3x^2 - 5x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\operatorname{tg} 7x - 7\operatorname{tg} 3x}{x^3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} \ln 27x \sin 13x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{2x}\right)^{13x-7}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{13 - 5x}{16 - 5x}\right)^{24x+8}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 5x)^{\operatorname{tg} 13x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{13x} \sin 8x - x^7}{3x + \operatorname{tg} 5x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y(x) = \left(\log_4 x \operatorname{arctg}^3 x + \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{3}\right) \cdot (\operatorname{ctg} x^5 \sqrt{2-x} - \log_3^3 x); \quad y' - ?$$

$$12. y(x) = \frac{\operatorname{tg} x - 5x}{e^{\operatorname{arcsin} x}}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y(x) = (3x + 2)^{\operatorname{arctg} 2x}; \quad y' - ?$$

$$14. y(x) = \cos^5 2x; \quad y''\left(\frac{\pi}{6}\right) - ?$$

$$15(*). \log_3^4(x^3 + 3y^2) - \operatorname{arcsin} \frac{y}{x} = 2^{4 \cos^2 x}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3 + 2x - x^2 - x^3$, проходящей через точку $A(0; 2)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = 3e^{-x} \sin 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 12t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 1$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[4]{15,96}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$.

Вариант 21.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2x^3 + 3x^{\frac{7}{4}}}{13x^{\frac{5}{8}} - x + 3x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} + x - 1}{x}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (2\sqrt{x^2 - 17x + 8} - \sqrt{4x^2 + 11x - 1})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 8x - 4}{-3x^2 + x + 10}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 13x - 8x}{7x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} \ln 13x \sin 9x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{x+7}{x+1}\right)^{8x+1}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}\right)^{3x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} (x-2)^{\sin \pi x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x - \frac{x^3}{6}}{-\sqrt{3}x^3}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y(x) = \left(3^{\operatorname{tg} 2x} + \cos^4 \frac{x}{3} \operatorname{arctg}(1-2x)\right) \cdot \left(\arcsin^6 \frac{3}{x} - \log_2^5 x\right); \quad y' = ?$$

$$12. y(x) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{2x + \sin x}; \quad dy = ?$$

$$13(*). y(x) = (4 - 5x)^{\arccos 3x}; \quad y' = ?$$

$$14. y(x) = \sin^6 \frac{x}{6}; \quad y''(2\pi) = ?$$

$$15(*). 7x^2y^6 + 2x^3 - 3y^3 - \cos \frac{y}{x} = 2^{x \cdot \arccos \sqrt{y}}; \quad y'(x) = ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - x + 2$, проходящей через точку $A(0;3)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -e^{-x} \sin 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 - 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 3$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt{16,04}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2}{(x-3)^2}$.

Вариант 22.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{27}x^3 - 3x^2 + x}{2x^3 - 7x + 11}$

2. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (2\sqrt{x^2 - 3x + 71} - \sqrt{4x^2 + 8x - 3})$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 6x - 9}{-2x^2 + 3x + 9}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{21\sin x - 7\sin 3x}{15x^3}$

6. $\lim_{x \rightarrow +0} \ln 74x \operatorname{tg} 3x$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{24 - 5x}\right)^{-18+3x}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5 - 8x}{4 - 8x}\right)^{2x+23}$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)^{\sin \pi x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \ln x + 2\sin^2 3x}{x^3 e^{2x} + \cos 2x - 1}$

Продифференцировать функцию:

11. $y(x) = (\log_4 x \operatorname{arctg}^3 x + \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{3}) \cdot (\operatorname{ctg} x^5 \sqrt{2-x} - \log_3^3 x)$; $y' - ?$

12. $y(x) = \frac{e^{\operatorname{arcsin} x}}{\operatorname{ctg} x + 4x}$; $dy - ?$

13(*). $y(x) = (1 + 6x)^{\operatorname{arctg} 4x}$; $y' - ?$

14. $y(x) = \cos^4 5x$; $y''\left(\frac{\pi}{15}\right) - ?$

15(*). $5x^2 + 3x - 4^{\operatorname{ctg} \frac{x}{y}} + 2y^5 = \log_4 \operatorname{cth} x$; $y'(x) - ?$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 4$, проходящей через точку $A(0;11)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = 5e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} - 4t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 3$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{26,73}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3}{(x+4)^2}$.

Вариант 23.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^{\frac{8}{3}} + 2x^2 - x - 5}{-\sqrt{3}x^{\frac{8}{3}} - (x+1)^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2 - 5x - 2}{2 - 13x + 11x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{3}x}{\sin 8x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3+x}\right)^{17-24x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-7x}{14-7x}\right)^{3-7x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 5x)^{\operatorname{tg} 31x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos 5x - e^{3x}}{\sin x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y(x) = \left(\sin x \sqrt{x} 5^{\cos 3x} + \arccos^3 \frac{x}{2}\right) \cdot \left(7^{\sin x} - \arccos^8 \frac{3}{x}\right); \quad y' - ?$$

$$12. y(x) = \frac{3x - \operatorname{tg} x}{e^{\arcsin x}}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y(x) = (2 - 7x)^{\operatorname{arctg} 5x}; \quad y' - ?$$

$$14. y(x) = \sin^3 4x; \quad y''\left(\frac{\pi}{12}\right) - ?$$

$$15(*). \operatorname{arctg} \frac{x}{y} - 5x^2 y^3 + 4x = 3^{x \cdot \cos y}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2$, проходящей через точку $A(0;4)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -2e^{-x} \sin 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{5t^2}{2} + 6t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 4$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[4]{16,04}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x}{x^3 + 2}$.

Вариант 24.

Найти пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13x^7 + 21x^5 - \sqrt{3}}{\sqrt{7}x^7 - 3x^3 - 27}$

2. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$

3(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$

4. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 15x - 38}{3x^2 - 17x - 46}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 13x - 1}{x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos^2 2x) \cdot \operatorname{ctg}^2 11x$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{13}{2-x}\right)^{7+5x}$

8(*). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-12x}{7-12x}\right)^{5-3x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin^2 3x)^{x^2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(7x)^2 - 3x \sin 5x}{e^{3x}(x^2 + 3x^3)}$

Продифференцировать функцию:

11. $y(x) = \left(\operatorname{arccctg} 3x \log_2^3 x + \cos^4 \frac{3x}{5}\right) \cdot \left(4^{\operatorname{ctg} x} - \arccos^6 \frac{3}{x}\right)$; $y' - ?$

12. $y(x) = \frac{\sin x - 5x}{e^{\operatorname{arccctg} x}}$; $dy - ?$

13(*). $y(x) = (3 - 4x)^{\operatorname{arcsin} 3x}$; $y' - ?$

14. $y(x) = \cos^5 \frac{x}{6}$; $y''(\pi) - ?$

15(*). $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} - 3x^6 + 4 \log_2^3 x - 3y^4 = 2^{\operatorname{ctg}^3 xy}$; $y'(x) - ?$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x - 2x^2 - x^3 - 3$, проходящей через точку $A(0;1)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -3e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - 3t^2 + 8t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 1$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt{3,96}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$.

Вариант 25.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 - 13x^2 - 14x - 1}{3x^2 - (x \ln 3)^3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^3 - 27}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x^2 - x - 5})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x^2 - 7x - 130}{-3x^2 + 15x + 150}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 13x - 7x}{\sin 3x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 7x) \cdot \operatorname{ctg}^2 3x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{1 - 7x}\right)^{13x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{11-x}\right)^{2-3x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 5x)^{x^2}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^2 - \cos 3x}{e^x \sin 5x}$$

Продифференцировать уравнение:

$$11. y(x) = \left(4^{\sin 3x} + \operatorname{arcc} \operatorname{tg}^5 x \operatorname{tg}^2 \frac{3}{x}\right) \cdot (\log_4^5 x - \arcsin^4 \sqrt{4-x}); \quad y' - ?$$

$$12. y(x) = \frac{e^{\operatorname{arcc} \cos x}}{\operatorname{ctg} x + 3x}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y(x) = (5x - 2)^{\operatorname{arcc} \operatorname{tg} 2x}; \quad y' - ?$$

$$14. y(x) = \sin^6 5x; \quad y''\left(\frac{\pi}{30}\right) - ?$$

$$15(*). 5x^6 - 4y^7 + 2 \cos^3 \frac{x}{y} = 3^{ch x}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 5x - 3x^2 - x^3 + 2$, проходящей через точку $A(0;7)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -2e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{32} + 12t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 2$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{27,03}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2+1}{x}$.

Вариант 26.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{\frac{3}{2}} + x - 2}{-7x - 8x^{\frac{3}{2}} + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 - 1} - \sqrt{3x^2 + 8x + 13})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 + 11x - 5x^2}{11x^2 - 25x - 24}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \sin 17x}{\sin 5x \cdot \operatorname{tg} 7x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \ln 7x \operatorname{ctg} \pi x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x^2 + 5}\right)^{2x-11}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{17x-2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow +0} (\sin 3x)^x$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - 3x}{7x^2}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y(x) = \left(\arcsin x \cdot \log_3^4 x + \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{6}\right) \cdot (3^{\operatorname{tg} x} - \operatorname{arcc} \operatorname{ctg}^4 \sqrt{x}) ; \quad y' = ?$$

$$12. y(x) = \frac{\cos x + 2x}{e^{\operatorname{arctg} x}} ; \quad dy = ?$$

$$13(*). y(x) = (3 + 7x)^{\operatorname{arccos} 4x} ; \quad y' = ?$$

$$14. y(x) = \cos^7 \frac{x}{3} ; \quad y''(\pi) = ?$$

$$15(*). \log_5^3 x - 3^{x \cdot \operatorname{ctg} y} + 2y^2 = 4 \operatorname{tg}^3 \frac{x}{y} ; \quad y'(x) = ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 4$, проходящей через точку $A(0;12)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -3e^{-x} \sin 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 - 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 4$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[4]{15,96}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.

Вариант 27.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5}x^3 - 8x^2 + 5}{13x^3 - 9x + 23}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2 - \sqrt{1-x}}{\sqrt{x+7} + x + 1}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{17x^2 - 37x + 24} - \sqrt{17x^2 - 9x + 24})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{7x - 2x^2 - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 23x - 23 \sin x}{x^3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +0} (3x)^2 \ln 16x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{24}{x+5}\right)^{13x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-13}{6x+24}\right)^{8x-7}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{2}x)^{\sin 5x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{12}}{x^2}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = \left(2^{\cos 4x} + \operatorname{arctg}^6 x \sin^2 \frac{5x}{3}\right) \cdot \left(\log_3^2(2x-1) - \arccos^3 \frac{6}{x}\right); \quad y' - ?$$

$$12. y(x) = \frac{e^{\operatorname{arcsin} x}}{\operatorname{ctg} x + 3x}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y(x) = (1 - 3x)^{\operatorname{arctg} 4x}; \quad y' - ?$$

$$14. y(x) = \sin^4 x; \quad y''\left(\frac{\pi}{15}\right) - ?$$

$$15(*). 3 \log_3^4(2x - y^2) - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{y} - 3x^2 = 4^{\operatorname{ch} y}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 5$, проходящей через точку $A(0; 11)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = 4e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} - 4t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 4$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{8,09}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2+1}{2x}$.

Вариант 28.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{31x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{3}{2}} - \sqrt{x} + 8}{-3 + \sqrt{x} - x^{\frac{5}{2}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - x + 2}{1 - \sqrt{x-4}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^2 - 3x + 1} - 2\sqrt{2x^2 - 1})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 2x - 16}{7x^2 + 5x - 18}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{23x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 3x \ln(1 + 7x)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{3x-2}\right)^{5-7x}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{101x-27}{101x+31}\right)^{34x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 5x)^{\cos x - 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{37x^3 + x \ln^2 x - 7}{15e^x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = \left(\arccos^3 \frac{x}{2} + \operatorname{tg}^5 2x \log_2 \sin x\right) \cdot \left(\operatorname{arctg}^5 \frac{3}{x} - 5^{\cos x}\right); \quad y' = ?$$

$$12. y(x) = \frac{\sin x - 5x}{e^{\operatorname{arctg} x}}; \quad dy = ?$$

$$13(*). y(x) = (5 - 2x)^{\arcsin 3x}; \quad y' = ?$$

$$14. y(x) = \cos^7 \frac{x}{2}; \quad y''\left(\frac{\pi}{3}\right) = ?$$

$$15(*). (3y - 4) \cdot \operatorname{ctg}^5 \frac{3}{\sqrt{x}} - 3^{th 4y} = 2 \cos \frac{x}{y}; \quad y'(x) = ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 5x - 2x^2 - 3x - x^3$, проходящей через точку $A(0;3)$.

17. Проверить, является ли функция $y(x) = -3e^{-x} \cos 2x$ решением дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону: $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{5t^2}{2} - 6t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t_0 = 5$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{63,76}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{36x}{1+x^2}$.

Вариант 29.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^{\frac{19}{2}} + 31x^3 - \sqrt{3}}{18\sqrt{x} + 3x^2 - 7x^{\frac{19}{2}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{x-2}}{3 - \sqrt{2x+1}}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (3\sqrt{x^2 - 7} - \sqrt{9x^2 + 29x - 54})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - x - 45}{x^2 - 3x - 10}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 13x - 1}{x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 1) \operatorname{tg} \frac{5\pi x}{2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \left(1 - \frac{18}{x+31}\right)^{7x-8}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{17x+1}{17x+3}\right)^{x+2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -0} (\ln(1-2x))^{\sin 3x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 5x}{x + \sin 5x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = (5^{\operatorname{ctg} 2x} + \operatorname{ctg}^5 2x) \cdot (\ln^6 \cos \sqrt{4x+3}) ; \quad y' = ?$$

$$12. y = \frac{\sqrt{x} + \arcsin x}{\sin x} ; \quad dy = ?$$

$$13(*). y = (\arctg x)^{\operatorname{tg} x} ; \quad y' = ?$$

$$14. y = \cos^3 4x ; \quad y'' \left(\frac{5\pi}{24} \right) = ?$$

$$15(*). 3x^2 y^3 - 5x^4 + 2y - \operatorname{ctg} \frac{y}{x} = 2^{y \cdot \arccos \sqrt{x}} ; \quad y'(x) = ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{x}$, параллельной прямой $2y - x - 6 = 0$.

17. Показать, что функция $y = e^x \cos 4x$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' - 2y' + 17y = 0$.

18. Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3}$. Какую скорость и какое ускорение будет иметь тело через 4 секунды после начала движения?

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[4]{15,84}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2}{1-x^3}$.

Вариант 30.

Найти пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 8x^6 + 3x^2 - 4}{18\sqrt{x} + 3x^2 - 7x^{\frac{19}{2}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x} - 2}{\sqrt{5x-1} - x - 1}$$

$$3(*). \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 2} - 2\sqrt{x^2 + x + 1})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 5x - 21}{x^3 + 27}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - \cos 12x}{x \cdot \sin 5x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} (4 - x^2) \operatorname{ctg} \pi x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{3x-4}\right)^{7x+8}$$

$$8(*). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x-1}\right)^{4x-5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} 3x)^{\sin 7x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cdot \sin 2x - 3x^2}{3 \operatorname{tg} 4x + x^3 \cdot e^x}$$

Продифференцировать функцию:

$$11. y = \left(\arccos \frac{3}{\sqrt{x}} \cdot \log_5^3 x - \operatorname{tg}^4 \frac{x}{3}\right) + 4^{\operatorname{ctg} (3x-2)}; \quad y' - ?$$

$$12. y = \frac{\sqrt[3]{1-2x} - \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{e^{5 \sin 5x}}; \quad dy - ?$$

$$13(*). y = \left(\arcsin \frac{x}{4}\right)^{\cos 3x^5}; \quad y' - ?$$

$$14. y = \sin^5 4x; \quad y''\left(\frac{\pi}{6}\right) - ?$$

$$15(*). 4x^5 - 3x^2 + 2y - \operatorname{arccctg} \frac{x}{y} + = 8^{x \cdot \operatorname{th} \sqrt{y}}; \quad y'(x) - ?$$

16. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 - 5x + 4$, параллельной прямой $y = 7x + 2$.

17. Показать, что функция $y = 3e^{x-2} \sin 4x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 20y = 0$.

18. Тело движется вдоль оси Ox по закону $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 4t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 3$.

19(*). Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[3]{27,54}$.

20. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2-3}{x+2}$.